

SHM DE SISTEMAS ESTRUTURAIS USANDO TRANSFORMADAS DE WAVELET

Pedro José Trindade Campos¹, Edson Hideki Koroishi² & Albert Willian Faria^{3}*

RESUMO

CAMPOS, P.J. T; KOROISHI, E.H.; FARIA, A.W. SHM de Sistemas Estruturais usando Transformadas de Wavelet. **Perspectivas Online: Exatas & Engenharias**, v.11, n.32, p.1-18, 2021.

Este artigo desenvolve uma metodologia numérica utilizando conjuntamente as plataformas computacionais ANSYS Mechanical APDL[®] e Matlab[®] para localizar e quantificar danos estruturais em treliças e vigas. Esses sistemas estruturais são modelados numericamente via Método dos Elementos Finitos no ANSYS[®]. Nas simulações numéricas realizadas neste *software* são obtidas respostas elásticas das treliças e vigas em termos de deflexões, quando submetidas a determinados carregamentos mecânicos e condições de contorno. Esses sinais obtidos são transformados pela Transformada Contínua de Wavelet (TW) no Matlab[®]. A modelagem da treliça emprega um elemento linear com dois nós e dois graus de liberdade por nó, enquanto as vigas empregam um elemento quadrilateral com quatro nós e dois graus de liberdade por nó. A modelagem das vigas emprega o conceito de estado plano de tensões. Várias wavelets mães e disponíveis na plataforma numérica do Matlab[®] são utilizadas para localizar o

dano do tipo perda de rigidez estrutural, por meio da criação de entalhes nas vigas, ou por meio da redução no módulo de Young do material das barras da treliça. Índices de dano são utilizados para quantificar esses mecanismos de dano. Para a detecção do dano na treliça é necessário conhecer os sinais da estrutura sã e danificada. Já no caso das vigas, somente o sinal na condição danificada é necessário. As wavelets-mães Daubechies, Symlets, Coiflets, BiorSplines e ReverseBior conseguiram captar o dano implementado na treliça, enquanto as de Meyer e de Haar não foram eficientes nesta tarefa. Nas vigas todas as wavelets-mães conseguiram captar o dano, com maior ou menor precisão, sendo as mais eficientes dentre elas a Daubechies, Biorthogonal e Riorthogonal. Além disso, as duas wavelets mães Biorthogonal e RBiorthogonal apresentaram a mesma capacidade de detecção do dano nas simulações numéricas realizadas no ANSYS[®] considerando os dois sistemas estruturais de interesse deste trabalho.

Palavras-chave: Transformada de Wavelet; Método dos Elementos Finitos; Índices de Dano; Treliça; Viga.

¹ Universidade Federal do Triângulo Mineiro-UFTM- R. Frei Paulino, 30 - Nossa Sra. da Abadia, Uberaba - MG, CEP: 38025-180, Brasil;

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTPFRP- Departamento de Engenharia Mecânica – Campus Cornélio Procópio, Av. Alberto Carazzai, 1640, Cornélio Procópio, PR, CEP: 86300-000, Brasil;

³ Universidade Federal do Triângulo Mineiro-ICTE - Departamento de Engenharia Civil- Avenida Dr. Randolpho Borges Junior, 1250, Unidade I, Uberaba, MG, CEP: 38064-200, Brasil.

(*) e-mail: albertfaria@uftm.edu.br

SHM OF STRUCTURAL SYSTEMS USING WAVELET TRANSFORMS

Pedro José Trindade Campos¹, Edson Hideki Koroishi² & Albert Willian Faria^{3}*

ABSTRACT

CAMPOS, P.J. T; KOROISHI, E.H.; FARIA, A.W. SHM de Sistemas Estruturais usando Transformadas de Wavelet. **Perspectivas Online: Exatas & Engenharias**, v.11, n.32, p.1-18, 2021.

In this paper a numerical methodology is proposed to predict structural damages in trusses and beams using the software ANSYS Mechanical APDL[®] and Matlab[®]. These structural systems are numerically modeled by Finite Element Method in ANSYS[®], afterwards the signal (deflection) had obtained by the structure is transformed by means the Continuous Wavelet Transform (TW) in Matlab[®]. The truss modeling in ANSYS[®] uses a linear element with two degrees of freedom of translation per node, while the beams employ a quadrilateral element type, with four nodes and two degrees of freedom per node. The beams models are obtained using the concept of plane state of stress. Several mother wavelets present in Matlab[®] are used to identify the localization of loss of rigidity of structures modeled. The damage mechanisms consist of creating notch bottom in the beams or by Young's modulus reducing in the truss bars. Damage

index are used to quantify these damage mechanisms. To detect damage at the truss bars, it is necessary to know the difference sign of the healthy and damaged structure. Although, at the beam only the signal in the damaged condition is necessary. The mother wavelets: Daubechies, Symlets, Coiflets, BiorSplines and ReverseBior can capture the damage in the truss, while neither Meyer or Haar are effective in this work. All the mother wavelets can capture the damage in the beams, with more or less precision, but the most efficient of them were Daubechies, Biorthogonal and RBiorthogonal. In addition, the two mother wavelets Biorthogonal and RBiorthogonal, were the same ability to detect damage in all simulations performed.

Keywords: Wavelet transformed; Finite Element Method; Damage Index; Truss; Beams.

¹ Graduate in Civil Engineering at Federal University of Triângulo Mineiro (UFTM in Portuguese).

² Professor of the Mechanical Engineering Department at Federal Technological University of Paraná (UFTPR in Portuguese) – Campus Cornélio Procópio, Av. Alberto Carazzai, 1640, 86300-000, Cornélio Procópio, Paraná, Brazil.

³ Professor of the Civil Engineering Department at Federal University of Triângulo Mineiro (UFTM in Portuguese), ICTE, Av. Dr. Randolfo Borges Junior, 1250, Unite I, 38064-200, Uberaba, Minas Gerais, Brazil.

(*) e-mail: albertfaria@uftm.edu.br

1. INTRODUÇÃO

O Monitoramento de Integridade Estrutural (SHM - *Structural Health Monitoring*) tem sido amplamente estudado nos últimos anos para a detecção e avaliação de falhas em sistemas estruturais (vigas, lajes, pórticos e outros) fabricados com diversos materiais (metálicos, cerâmicos, compósitos e outros).

Todo sistema estrutural é exposto a perturbações estáticas, dinâmicas e intempéries ambientais, tais como: o peso próprio da estrutura, as cargas de vento, a radiação solar, a chuva e o vento. O SHM trata-se de uma ferramenta numérica importante para que a substituição da manutenção corretiva pela preditiva e preventiva possa ser realizada, mais baratas e que diminuam as manutenções fora de época e que atrapalham a produção nos grandes setores industriais (MAIO, 2011). Como exemplo, no setor da construção civil ele pode ser utilizado no monitoramento em tempo real (*online*) de pontes e barragens (de água, de rejeitos de mineração e outras), e assim, fornecer parâmetros para o processo decisório de desastres por ruptura desses sistemas estruturais. O SHM permite também a localização e a verificação da necessidade do uso de reforços estruturais.

Existem duas formas mais utilizadas de detecção do dano em um sistema estrutural. Na primeira, um modelo (analítico, experimental ou numérico) é desenvolvido e o sinal (estático ou dinâmico) da estrutura danificada é medido e confrontado com o sinal prévio do modelo sem a presença de dano (também chamada estrutura sã), com o objetivo de identificar a sua localização e intensidade. Na segunda, a detecção do dano é feita diretamente através da estrutura danificada, ou seja, sem levar em conta a resposta da estrutura sã.

Em ambos os casos, técnicas eficientes de caracterização (localização e quantificação) do dano devem ser utilizadas, visto que, alterações nas respostas (estática ou dinâmicas) do sistema estrutural analisado na fase inicial do dano são visualmente quase imperceptíveis. Neste sentido, segundo Lemistre *et al.* (1999), Yan e Yam (2002), Stark (2005) e Presezniak (2007), a transformada de Wavelet (TW) veem recebendo bastante interesse no SHM desde a década de 80, devido à necessidade de estudar sinais advindos de abalos sísmicos e terremotos (sinais não estacionários) em substituição ao uso tradicional da Transformada de Fourier. A TW é fácil de ser implementada numericamente, pode fornecer representações de sinais nos domínios do tempo e da frequência e permite a escolha da função de transformação (chamada de wavelet mãe) que valoriza ou maximiza diferentes características do sinal (singularidades) conforme o tipo de problema a ser analisado.

Segundo Portirio (2011), há diversos tipos de wavelets mães, dentre as quais: de Morlet, de Haar e Chapéu Mexicano, cada qual apresentando domínios específicos de atuação.

Neste trabalho, os modelos físicos dos sistemas estruturais de interesse, com e/ou sem danos, são aproximados numericamente via Método dos Elementos Finitos (MEF). Segundo Bathe (2014), o princípio desse método é o de discretizar um modelo contínuo (modelo físico), através da subdivisão do domínio em subdomínios com forma geométrica mais simples, chamados de elementos finitos. O MEF é formulado ao nível elementar empregando funções polinomiais lineares. Condições de contorno apropriadas são utilizadas ao nível elementar para aproximar o campo de deslocamento (mecânico, térmico, elétrico e outros) do problema de interesse ao nível dos pontos (nós) de conexão entre elementos justapostos (dando origem as chamadas funções de forma), dando origem a malha da estrutura.

As potencialidades e limitações deste método já são bem conhecidas e/ou estudadas desde 1950. Entre outras vantagens, o MEF permite a análise de sistemas estruturais/mecanismos complexos, variando-se com facilidade a sua geometria, suas condições de contorno e carregamentos aplicados, ou seja, apresenta uma grande flexibilidade de modelagem.

Vários trabalhos utilizando o MEF estão disponíveis na literatura científica e dentre eles pode-se citar o de Michaello *et al.* (2018), sobre flambagem mecânica e térmica empregando o MEF usando o *software* ANSYS[®], e o de Ramos *et al.* (2018), sobre a análise estrutural probabilística de um cais de terminal de contêineres através de simulações de Monte Carlo também no ANSYS[®].

O estudo SHM de sistemas estruturais modelados via MEF na engenharia civil, tem mobilizado na última década diversos pesquisadores tais como: Gama *et al.* (2010), Silva (2011), Tannus and Sotomayor (2014) e Silva (2015). Existem diversas wavelets mães que podem ser utilizadas no SHM de sistemas estruturais, porém elas ainda são pouco abordadas pela literatura científica, sendo um dos principais focos deste trabalho. Além disso, esses trabalhos empregam normalmente somente a diferença do sinal entre as condições sã e danificada em vista ao SHM das estruturas analisadas, e, nesse sentido, esse trabalho tenta explorar as duas formas de detecção do dano em sistemas estruturais empregados na engenharia civil.

De maneira geral, este trabalho propõe uma metodologia numérica, utilizando conjuntamente as plataformas numéricas ANSYS Mechanical APDL[®] e Matlab[®], para a localização e quantificação do dano via TW, em sistemas estruturais do tipo viga e treliça (comumente empregados na engenharia civil, por exemplo no suporte de lajes, de telhados e outros).

Neste trabalho, o mecanismo de dano é proveniente de descontinuidades geométricas (entalhes) inseridas na viga ou através da perda de rigidez mecânica localizada em uma das barras da treliça. Os sinais, ou seja, os deslocamentos verticais (deflexão) nodais sofridos pelas estruturas analisadas são modificadas via TW na plataforma computacional Matlab[®]. Esses sinais transformados via TW são obtidos em vista à localização do dano implementado na estrutura monitorada. Métricas ou Índices de Dano (ID) também serão formulados e implementados para a quantificação do dano estrutural.

A Figura 1 ilustra o fluxograma da metodologia proposta neste trabalho para o SHM dos dois sistemas estruturais de interesse (viga e treliça).

Como pode ser observado na Figura 1, a modelagem numérica do sistema estrutural é feita neste trabalho na plataforma numérica ANSYS[®] (etapa a), enquanto a quantificação (etapa e) e a localização (etapa g) do dano que ocorre no sistema estrutural são realizadas na plataforma Matlab[®]. A deflexão (sinal) sofrida pela estrutura modelada no ANSYS[®], nas condições com (etapa b) e sem danos (etapa c), é obtida através de sua análise estática. O sinal assim obtido é fornecido ao Matlab[®], por já conter internamente uma rotina pronta chamada «wavemenu», para modificá-lo via TW (etapa d). Para a quantificação do dano que ocorre na estrutura analisada são utilizados Índices de Dano (etapa f) e cujos algoritmos são implementados no Matlab[®] pelos autores deste trabalho.

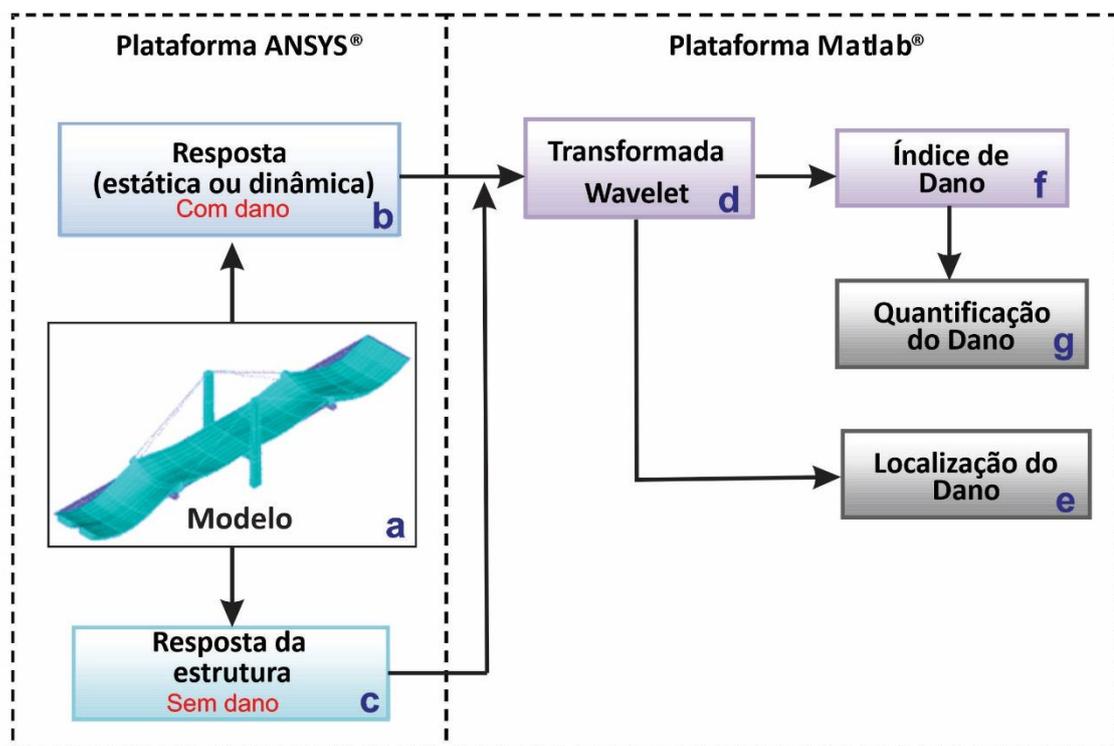


Figura 1: Fluxograma proposto da metodologia SHM aplicada aos sistemas estruturais de interesse utilizando conjuntamente as plataformas computacionais ANSYS® e Matlab®.

O uso de Índices de Dano (ID) ou Métricas de Dano ao sinal captado da estrutura monitorada e transformado via TW (etapa d da Figura 1) permite quantificar a magnitude do dano, o que não pode ser feito somente com o uso da TW, que possui somente a capacidade de localizá-lo (etapa e da Figura 1). Existem diversos ID que podem ser utilizados para esse fim e que são baseados em equações matemáticas simples. Para ilustrar a importância do uso desses ID, neste trabalho a treliça danificada será avaliada através do: *Signal Amplitude Hilbert Transform Maximum* (SAHTM), *Signal Amplitude Peak Squared Percentage Differences* (SAPS) e *Discrete Wavelet Transform Approximation Coefficients* (DWTAC). Poucos são os trabalhos, que apresentam essas métricas associadas as TW para a quantificação do dano em sistemas estruturais empregados na engenharia civil, e é um dos diferenciais desse trabalho.

1.1. Transformada de Wavelet no Controle da Integridade Estrutural

Diversas aplicações da TW são encontradas na literatura científica, dentre elas: na aproximação de equações diferenciais de evolução (CASTILHO, 2010), na criação de um sistema de compressão de imagens capaz de promover uma menor taxa de distorção na compressão de dados de telemetria de sinais obtidos de satélites (OLIVEIRA, 2009 e FUGIVARA, 2005) e no reconhecimento de padrões em sinais de Eletrocardiogramas (MORAIS, 2008).

Mais recentemente, as TW foram utilizadas no SHM de diversos tipos de sistemas estruturais da engenharia civil, dentre eles: treliças, pórticos, pontes e lajes, visto a sua capacidade de localizar danos estruturais diversos (fissuras, trincas, entalhes, perda de massa ou de rigidez localizada, rompimento de fibras em materiais compósitos e dentre outros), que podem surgir logo após a sua execução ou com o tempo de uso.

Segundo Stark (2005), a TW contínua pode ser definida matematicamente como o produto interno das funções $f(t)$ e $\psi_{a,b}(t)$, conforme expressão:

$$C_{a,b}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi_{a,b}(t)dt \quad (1)$$

sendo: $\psi_{a,b} = |a|^{-\frac{1}{2}}\bar{\psi}((t-b)/a)$; a é um *parâmetro de escala* (que altera a escala da wavelet formada pela função $\psi(t)$); b é um *parâmetro de translação* (que representa a distância com que a função $\bar{\psi}(t)$ foi transladada no eixo t). A função $\psi_{1,0}(t)$ é chamada de wavelet mãe, enquanto as demais funções resultantes, $\psi_{a,b}(t)$, são chamadas de wavelets filhas. $C_{a,b}$ são coeficientes de wavelet da wavelet mãe e representam a similaridade entre a função $f(t)$ com as wavelets filhas.

Segundo Portirio (2011), as wavelets mães mais usuais são: Meyer (dmey), Haar (haar), Daubechies (db), Symlets (sym), Coiflets (coif), BiorSplines (bior) e ReverseBior (rbior), cada qual apresentando domínios específicos de atuação. Todas essas wavelets mães já se encontram implementadas na plataforma de programação numérica Matlab® e sua capacidade para a detecção de danos em sistemas estruturas é objeto de interesse deste trabalho, focando-se nos tipos treliça e viga que são pouco exploradas na literatura técnico-científica nacional.

Uma das grandes vantagens práticas do uso da TW no SHM de sistemas estruturais é que qualquer sistema de aquisição de dados e um simples microcomputador portátil podem ser empregados para monitorar, ao longo do tempo ou da frequência, o sistema instrumentado.

1.2. Métricas de dano no estudo de sistemas estruturais

Os sinais da estrutura na condição sã e/ou danificada - obtidos neste trabalho da análise estática da estrutura monitorada - são modificados via TW por diferentes wavelets mães no Matlab®. O uso da TW permite a localização do dano implementado nos modelos numéricos dos sistemas estruturais implementados no ANSYS®, já a quantificação do dano é dada nesse trabalho por meio de três distintas métricas de dano, cujas equações são expressas a seguir:

$$ID_{SAHTM} = \left| \frac{\max(H(SH)) - \max(H(SD))}{\max(H(SH))} \right| \quad (2)$$

$$ID_{SAPS} = \left(\frac{\max(SH) - \max(SD)}{\max(SH)} \right)^2 \quad (3)$$

$$ID_{DWTAC} = \frac{\sum_{i=1}^N (DWT(SH_i) - DWT(SD_i))^2}{\sum_{i=1}^N (DWT(SH_i))^2} \quad (4)$$

sendo: SH e SD respectivamente as respostas da estrutura analisada no estado inicial não danificado (estado virgem) e no estado final danificado.

Tradicionalmente, somente o índice DWTAC (Equação 4) transforma o sinal da TW diretamente, enquanto os outros dois ID, SAPS e SAHTM (Equações 2 e 3), adotam o sinal inicial não transformado.

2. METODOLOGIA

Dois tipos de sistemas estruturais foram estudados: quatro vigas e uma treliça. As vigas apresentam diferentes condições de contorno (apoio simples, apoio livre, engaste) e carregamentos aplicados (concentrado, distribuído).

Conforme ilustrado pela Figura 1, os sistemas estruturais foram modelados numericamente via MEF na plataforma computacional ANSYS Mechanical APDL (*Parametric Design Language*) e os sinais estáticos obtidos (deflexão vertical sofrida pelas estruturas quando submetida a um determinado carregamento) são exportados para o *software* Matlab® e modificados via TW.

Neste trabalho, os mecanismos de dano presentes nas estruturas analisadas foram perdas de rigidez estrutural por: (1) criação de um entalhe ao longo do comprimento das vigas, e, (2) diminuição direta do módulo de Young da barra danificada da treliça. Diversas posições e número de entalhes foram inseridos nas vigas em estudo modeladas no ANSYS®. Já a perda de rigidez mecânica do material ocorre devido a variação da variável escalar de dano D do material de uma das barras da treliça, e que provoca a alteração do seu módulo Young, segundo a expressão (KATTAN et al., 2002):

$$\tilde{E} = (1 - D)E \quad (5)$$

sendo \tilde{E} o módulo de Young do material na condição danificada, E o módulo de Young do material na condição não danificada (sã) e D é a variável escalar de dano. A variável de dano assume valores no intervalo: $0 \leq D \leq 1$, sendo $D = 0$ correspondente a situação de material íntegro e $D = 1$ indicando estado total de deterioração do material da estrutura. Como o interesse deste trabalho é o estudo da capacidade de localização e de quantificação do dano das TW, a variável escalar de dano é adotada constante e independente do estado de tensões da estrutura.

A figura 2 ilustra os elementos linear e quadrilateral do ANSYS® utilizados respectivamente na modelagem da treliça e das vigas.

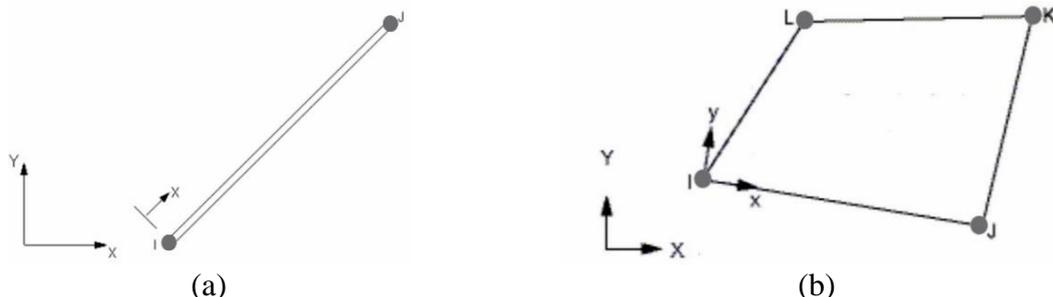


Figura 2: Tipos de elementos utilizados na discretização respectivamente da treliça e vigas: (a) elemento linear e (b) elemento quadrilateral, com suas coordenadas local x - y e global X - Y .

Fonte: Adaptada do manual do ANSYS (2004).

O elemento linear apresenta dois nós e dois graus de liberdade (gdl) por nó, ou seja, translação na direção x (u_x) e y (u_y). Já o elemento quadrilátero possui quatro nós e dois gdl por nó (u_x e u_y).

Antes de ser transformado, o sinal deve ser interpolado, para incrementar o número de

dados. Além disso, ele deve ser submetido a uma técnica de regularização de sinais para incrementar a perturbação do sinal gerada na presença do dano. Neste trabalho foram utilizadas respectivamente *splines* cúbicas (já implementadas no Matlab[®]) e a regularização de Tikhonov. A formulação desta técnica de regularização e o uso de funções de interpolação são disponíveis em Silva (2011) e no manual do Matlab[®], respectivamente.

Sete wavelets-mãe foram utilizadas neste trabalho para a localização dos mecanismos de dano implementados: Meyer (dmey), Haar (haar), Daubechies (db), Symlets (sym), Coiflets (coif), BiorSplines (bior) e ReverseBior (rbior), e, no caso da treliça, três índices: AHTM, SAPS e DWTAC foram utilizados para quantificá-lo. Neste trabalho, o sinal advindo da TW é fornecido (após interpolação e regularização) diretamente aos três índices de dano apresentados nas Equações 2, 3 e 4.

Para o estudo da localização e quantificação do dano da treliça será considerado o sinal da estrutura sã e danificada, enquanto no estudo das vigas somente o sinal da estrutura danificada.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Sistema estrutural do tipo treliça

O sistema estrutural do tipo treliça, ilustrada na Figura 3, apresenta um comprimento total L igual a 9 m, altura total H de 1 m e barras metálicas com área de seção transversal constante igual a $0,048 \text{ m}^2$. Além disso, as barras de aço da treliça apresentam módulo de Young (E) igual a 200 GPa e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,30.

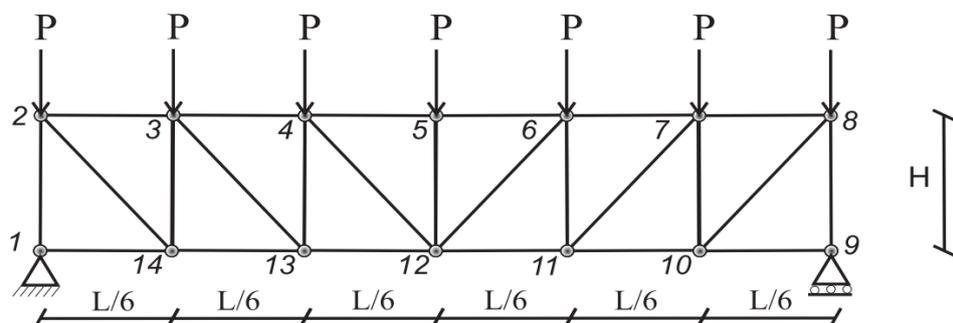


Figura 3: Treliça biapoada com dano na forma de perda de rigidez estrutural na barra 4--5.

Para a modelagem numérica dessa treliça utilizou-se no ANSYS[®] o elemento uniaxial de barra Link1 e a estrutura modelada foi submetida a um carregamento vertical P igual a 5 kN aplicado em cada um dos oito nós do banzo superior da treliça conforme ilustrado na Figura 3.

Cada barra da treliça é discretizada por apenas um elemento Link1 e o número total graus de liberdade da treliça é igual a vinte e oito.

O dano foi inserido da barra localizada entre os nós 3 e 4 (Figura 3) através da redução do valor do módulo de Young (E) inicial do material em 5%, 15% e 50%, conforme equação (5), correspondendo a D igual a 0,05, 0,15 e 0,50 respectivamente.

Essa mesma estrutura metálica foi estudada por Silva (2011), no entanto, modelada via plataformas computacionais SAP2000 e ANSYS[®], utilizando somente uma wavelet mãe (db2)

para localizar a barra danificada e sem aplicar o conceito do métrica do dano para quantificar o dano proposto.

Para identificar a barra danificada via TW, foi necessário modelar a estrutura sem dano e a danificada. Os deslocamentos horizontais obtidos são ilustrados na Figura 4 para cada uma dessas duas situações.

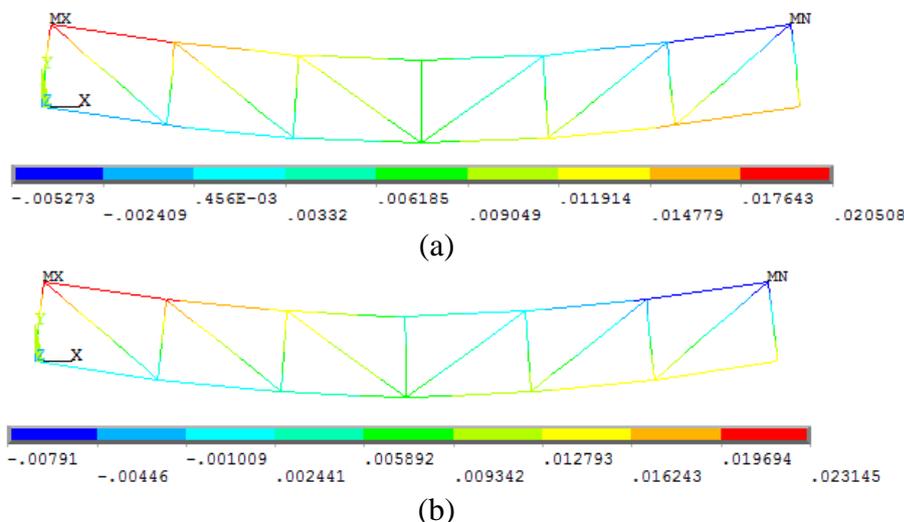


Figura 4: Deslocamento horizontal, em mm, da treliça para condição não danificada (a) e danificada (b).

O sinal da diferença do deslocamento nodal horizontal da treliça nas condições sã e danificada é exportado para o Matlab®, e, após ser interpolado e regularizado, é transformado via wavelets-mãe de: Meyer (dmey), Haar (haar), Daubechies (db), Symlets (sym), Coiflets (coif), BiorSplines (bior) e ReverseBior (rbior) para a localização da barra 3--4 danificada.

O dano na treliça foi identificado nas posições nodais onde os coeficientes de wavelet (Equação 1), obtidos do sinal da diferença do deslocamento transformado por cada uma das wavelets mães estudadas, alcançaram seus picos de máximo, conforme pode ser observado, por exemplo, na Figura 5 empregando a transformada Daubechies.

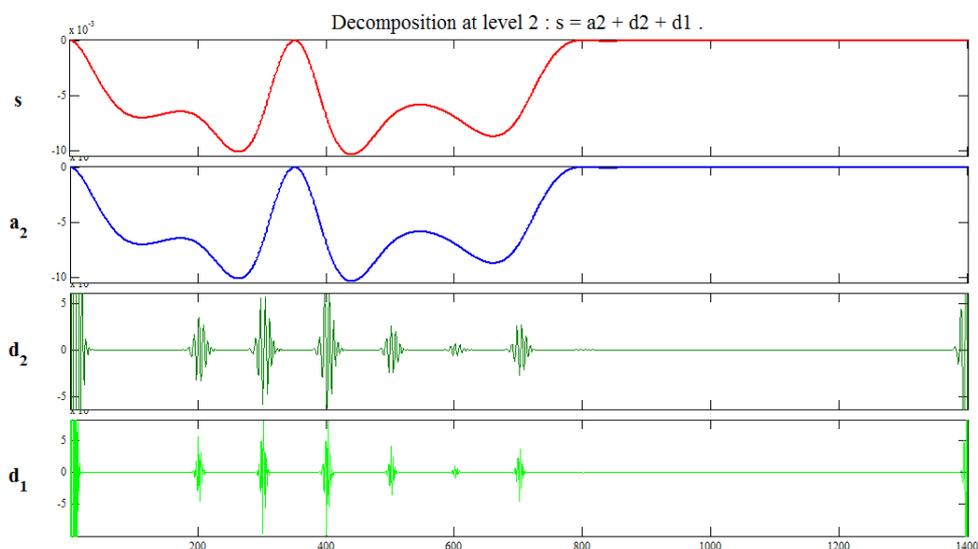


Figura 5: Coeficientes de wavelet para a wavelet mãe de Daubechies (db10), decomposta em dois níveis.

Na figura 5, o sinal da diferença do deslocamento horizontal (**s**) foi decomposto em dois níveis de decomposição (**d1** e **d2**) pela wavelet mãe (**a2**) db10. O vetor do sinal da diferença possui dimensão 14x1, e, após ser interpolado e regularizado passa a ter dimensão 1401x1, utilizando um incremento (δ) de pontos interpolação igual a 0,01 e adotando como coeficientes da transformada de Tikhonov os valores $B_0 = B_1 = B_2 = 1000$.

Como pode ser visualizado na Figura 5, os CW assumem os seus picos de máximo em torno das posições 300 e 400 para ambas wavelets filhas **d1** e **d2**, ou seja, entre os nós 3 e 4 da treliça metálica, tal como já era esperado.

Nessa simulação numérica, com 50% de redução no módulo de Young da barra 3--4 ($D = 0,50$), os três ID: SAPS, SAHTM e DWTAC assumem respectivamente os valores: 0,0041, 0,0643 e 0,0551. Caso o dano na barra da treliça seja modificado para 85% do valor do módulo de Young ($D = 0,85$), esses ID assumem respectivamente os valores: $5,1045 \times 10^{-5}$, 0,0071 e $9,0113 \times 10^{-4}$. Se por sua vez ele for modificado para 95% do valor do módulo de Young ($D = 0,95$), esses mesmos ID assumem respectivamente os valores: $1,1367 \times 10^{-5}$, 0,0034 e $2,0552 \times 10^{-4}$. Portanto, como já era esperado quanto maior o dano maior a magnitude da métrica de dano utilizada.

A Tabela 1 informa as wavelets mães que conseguiram captar o dano na barra 3-4 da treliça com redução do módulo de Young em 50%, 85% e 95%, ou seja, com D igual a 0,50, 0,85 e 0,95 respectivamente.

Tabela 1 – Tipos de wavelet mães que conseguem localizar a barra danificada da treliça considerando diferentes valores da variável escalar de dano

Wavelet mãe	Variável escalar de dano		
	$D = 0,50$	$D = 0,85$	$D = 0,95$
<i>Daubechies</i>	5, 6, 7	5, 6, 7, 8, 9 e 10	5, 6, 7, 8, 9 e 10
<i>Symlets</i>	5, 6, 7	5, 6, 7 e 8	5, 6, 7 e 8
<i>Coiflets</i>	3, 4, 5	3, 4, 5	3, 4, 5
<i>Biorthogonal</i>	5.5, 6.8	5.5, 6.8	5.5, 6.8
<i>RBiorthogonal</i>	3.5, 3.7, 3.9, 6.8	3.5, 3.7, 3.9, 6.8	3.5, 3.7, 3.9, 6.8

Conforme informado pela Tabela 1, as wavelets mães que melhor conseguiram captar o dano da barra 3--4 da treliça com redução do módulo de Young em 50% foram a: db (5, 6 e 7), sym (5, 6 e 7), coif (3, 4 e 5), bior (5.5 e 6.8) e a rbior (3.5, 3.7, 3.9 e 6.8), com níveis variando de 1 a 8. As últimas três wavelets mães (coif, bior e rbior), bem como as wavelets mães db (5, 6, 7, 8, 9 e 10) e sym (5, 6, 7 e 8), conseguem captar o dano na barra com redução do E em 0,85%, ou seja, apesar do dano ser menor, mais wavelets mães conseguiram captá-lo. Um comportamento similar ao modelo com barra danificada em 85% do módulo de Young foi observado no modelo cuja barra danificada apresenta 95% de redução no seu módulo de Young.

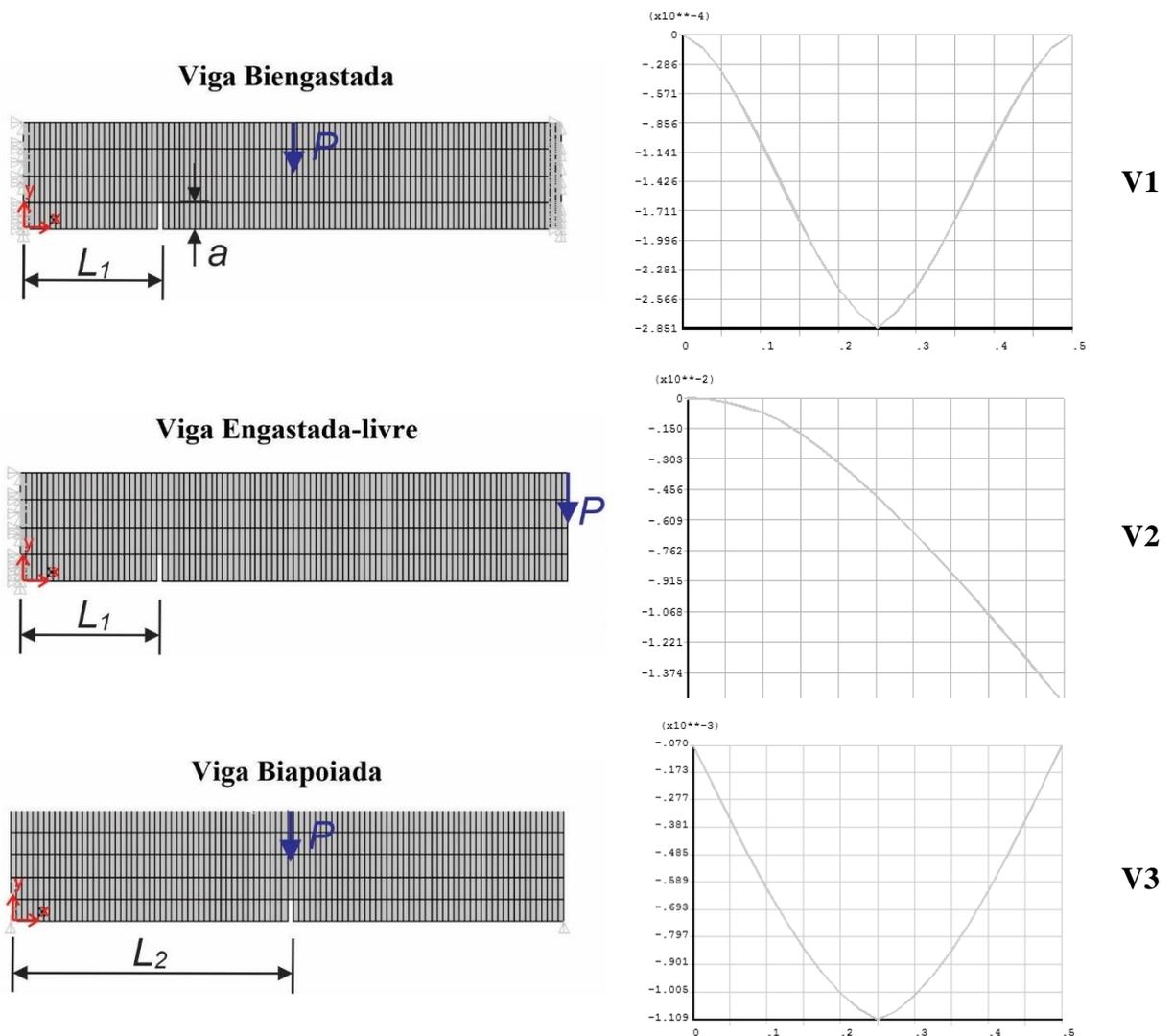
Em todos os modelos implementados, as TW haar e dmey não foram capazes de captar

o dano inserido na barra 3--4 da treliça.

3.2 Sistema estrutural do tipo viga

Quatro simulações numéricas foram realizadas para o estudo da integridade estrutural do sistema estrutural do tipo viga. As vigas estudadas possuem dimensões 0,5 m x 0,10 m x 0,10 m e propriedades mecânicas do seu material constituinte iguais a: $E = 200$ GPa (módulo de Young) e $\nu = 0,30$ (coeficiente de Poisson).

As condições de contorno (engaste e apoio), o tipo de carregamento mecânico aplicado (concentrado ou distribuído), a posição (central ou na(s) extremidade(s)) e número de entalhes (um ou dois) na viga foram variados, obtendo-se assim quatro modelos numéricos de viga distintos para análise: **V1**, **V2**, **V3** e **V4** ilustradas na Figura 6.



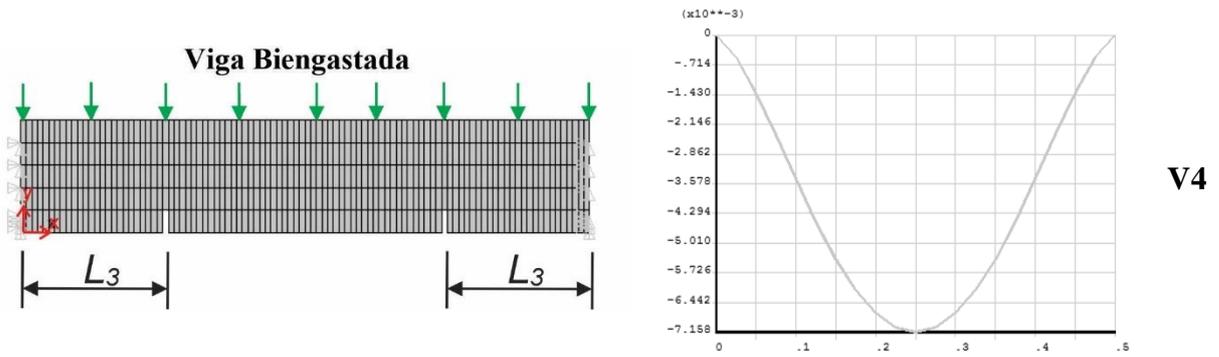


Figura 6 – Tipos vigas modeladas: biengastada com um entalhe lateral (V1), engastada-livre com um entalhe lateral (V2), biapoiada com um entalhe central (V3) e biengastada com dois entalhes laterais (V4).

Essas quatro vigas foram modeladas numericamente no ANSYS® utilizando o elemento Plane42 (Figura 2b), utilizando o conceito da teoria da Elasticidade de estado plano de tensões.

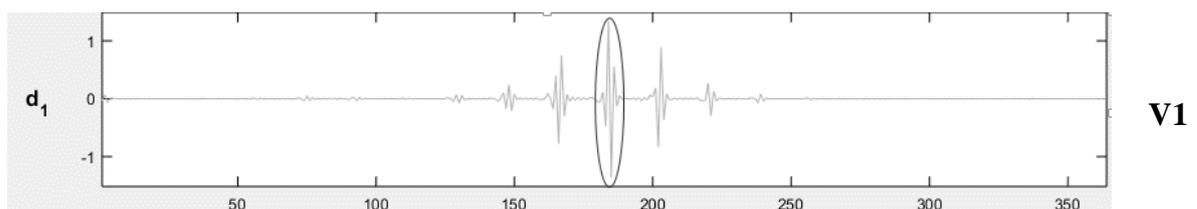
Conforme figura 6, os entalhes (dano geométrico) na viga foram simulados eliminando um dos elementos nos modelos numéricos implementados destas vigas. Os entalhes apresentam dimensões 0,02 x 0,005 m (com $a = 0,02$ m). Para as vigas V1 e V2 eles são localizados na posição $L_1 = 0,1275$ m, em relação a origem do sistema de eixos x - y (ilustrado na Figura 6), para a viga V3 ele está localizado na posição $L_2 = 0,250$ m e para a viga V4 os entalhes estão afastados L_3 em relação as duas extremidades engastadas da viga, sendo $L_3 = 0,1275$ m.

Nos modelos de vigas V1, V2 e V3 foi aplicada uma carga vertical concentrada igual a 500 kN, nas posições (central e extremidade) ilustradas na figura 6 e no modelo de viga V4 foi aplicado uma carga distribuída igual a 500 kN/m.

O sinal do deslocamento nodal vertical, obtido ao longo da linha neutra das quatro vigas danificadas é ilustrado na Figura 6 (ao lado direito da ilustração de cada uma das vigas). Esses sinais foram exportados para o Matlab®, interpolados e regularizados, e transformados utilizando cinco wavelets-mãe: Daubechies, Symlets, Coiflets, Biothorgonal e RBiothorgonal.

Essas quatro vigas em estudo foram também estudadas e propostas inicialmente por Silva (2011). No entanto, em seu trabalho de identificação do dano esse autor considerou somente as TW Daubechies (db2) e Biothorgonal (Bior6.8).

A figura 7 ilustra os valores dos CW obtidos conforme o modelo (V1 à V4) empregando a wavelet mãe Daubechies, com máximos valores dos CW em destaque.



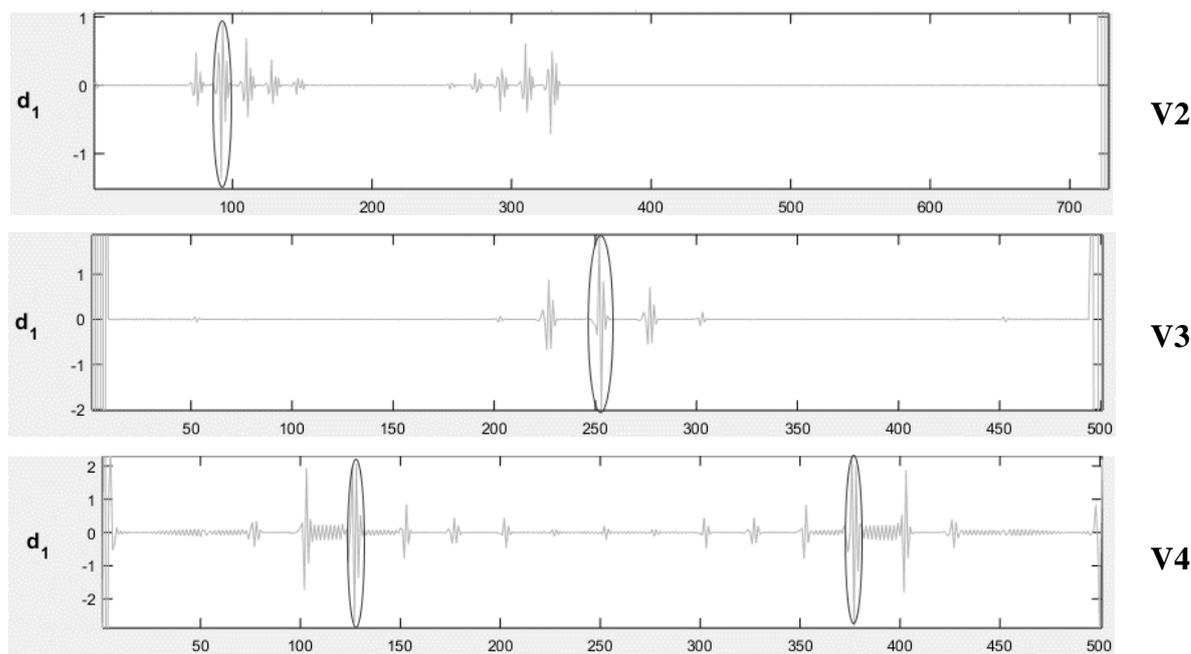


Figura 7: CW das quatro vigas analisados empregando a TW Daubechies.

A posição dos entalhes, como pode ser observado na Figura 7, é obtida onde os CW alcançaram seus valores máximos conforme o tipo de viga. Além disso, após ser interpolado, regularizado e transformado, o vetor do sinal transformado possui dimensão horizontal (número de dados) indicada na Figura 7 conforme a viga.

Para avaliar a capacidade da wavelet mãe de detectar a posição do entalhe nas quatro vigas modeladas, o erro percentual obtido em relação a posição real do entalhe é calculado e fornecido nas Tabelas de 2 à 6, conforme o tipo de viga e wavelet mãe.

Tabela 2 – Localização do dano na viga **V1** conforme wavelet mãe

Wavelet mãe	Nível	Subnível	\bar{x} (m)	\bar{x}^* (m)	Erro percentual (%) $100 (\bar{x}-\bar{x}^*)/\bar{x} $
Daubechies	2	4	0,1275	0,1333	4,55
Symlets	2	5	0,1275	0,1336	4,78
Coiflets	1	2	0,1275	0,1329	4,24
Biorthogonal	2	4.4	0,1275	0,1329	4,24
RBiorthogonal	2	4.4	0,1275	0,1329	4,24

\bar{x} = coordenada média do entalhe; \bar{x}^* = coordenada obtida pela TW

Tabela 3 – Localização do dano na viga **V2** conforme wavelet mãe

Wavelet mãe	Nível	Subnível	\bar{x} (m)	\bar{x}^* (m)	Erro percentual (%) $100 (\bar{x}-\bar{x}^*)/\bar{x} $
Daubechies	2	5	0,1275	0,1312	2,90
Symlets	2	5	0,1275	0,1371	7,53
Coiflets	2	5	0,1275	0,1341	5,18

Biorthogonal	2	6.8	0,1275	0,1327	4,08
RBiorthogonal	8	6.8	0,1275	0,1327	4,08

\bar{x} = coordenada média do entalhe; \bar{x}^* = coordenada obtida pela TW

Tabela 4 – Localização do dano na viga **V3** conforme wavelet mãe

Wavelet mãe	Nível	Subnível	\bar{x} (m)	\bar{x}^* (m)	Erro percentual (%) $100 (\bar{x}-\bar{x}^*)/\bar{x} $
Daubechies	2	4	0,2525	0,2540	0,59
Symlets	2	5	0,2525	0,2460	2,57
Coiflets	2	5	0,2525	0,2269	10,14
Biorthogonal	2	5.5	0,2525	0,2520	0,20
RBiorthogonal	2	5.5	0,2525	0,2520	0,20

\bar{x} = coordenada média do entalhe; \bar{x}^* = coordenada obtida pela TW

Tabela 5 – Localização do dano na viga **V4** conforme wavelet mãe, considerando entalhe na coordenada média $\bar{x} = 0,1275 m$

Wavelet mãe	Nível	Subnível	\bar{x} (m)	\bar{x}^* (m)	Erro percentual (%) $100 (\bar{x}-\bar{x}^*)/\bar{x} $
Daubechies	2	4	0,1275	0,1270	0,39
Symlets	2	5	0,1275	0,1285	0,78
Coiflets	2	5	0,1275	0,1285	0,78
Biorthogonal	2	5.5	0,1275	0,1265	0,78
RBiorthogonal	8	5.5	0,1275	0,1265	0,78

\bar{x} = coordenada média do entalhe; \bar{x}^* = coordenada obtida pela TW

Tabela 6 – Localização do dano na viga **V5** conforme wavelet mãe, considerando entalhe na coordenada média $\bar{x} = 0,3725 m$

Wavelet mãe	Nível	Subnível	\bar{x} (m)	\bar{x}^* (m)	Erro percentual (%) $100 (\bar{x}-\bar{x}^*)/\bar{x} $
Daubechies	2	4	0,3725	0,3785	1,61
Symlets	2	5	0,3725	0,3795	1,88
Coiflets	2	5	0,3725	0,3775	1,34
Biorthogonal	2	5.5	0,3725	0,3775	1,34
RBiorthogonal	8	5.5	0,3725	0,3775	1,34

\bar{x} = coordenada média do entalhe; \bar{x}^* = coordenada obtida pela TW

Conforme Tabelas de 2 a 6, a posição do entalhe em cada uma das quatro vigas é dada por sua coordenada média \bar{x} , conforme sistema de eixos ilustrados na Figura 6. Para a **V4** foram criadas duas tabelas (Tabelas 5 e 6) visto que ela possui dois entalhes. Nessas tabelas também

são informados o nível e subnível obtidos em cada uma das wavelet mãe que correspondem aos de melhor visualização dos picos nos CW das vigas, ou seja, a posição em que a TW assume o seu máximo valor.

Ao analisar as Tabelas de 2 a 6, verifica-se que os máximos erros percentuais de localização do dano foram iguais a 4,8, 7,5, 10,1, 0,8 e 1,9 %, obtidos respectivamente para as vigas **V1**, **V2**, **V3**, **V4** e **V5**, respectivamente. Já os mínimos erros percentuais foram iguais a 4,2, 2,9, 0,2, 0,4 e 1,3 %, respectivamente conforme viga **V1**, **V2**, **V3**, **V4** e **V5** analisada.

Nas vigas **V2** e **V4** a transformada Daubechies foi a que apresentou os menores erros percentuais de localização do dano, e, por sua vez nas vigas **V1** e **V5** foram as TW *Coiflets*, *Biorthogonal* e *RBiorthogonal*. Já para a **V3** foram as transformadas *Biorthogonal* e *Rbiorthogonal*.

Nas vigas **V1**, **V2** e **V5** a transformada *Symlets* foi a que apresentou os maiores erros percentuais de localização do dano, já na **V3** foi a *Coiflets*. Já para a viga **V4** foram igualmente as transformadas *Symlets*, *Coiflets*, *Biorthogonal* e *RBiorthogonal*.

Em todas as análises efetuadas o uso das transformadas *Biorthogonal* e *RBiorthogonal* mostrou-se equivalente, ou seja, ambas apresentam a mesma capacidade de localização (ou não) do dano implementado.

4. CONCLUSÕES

É possível concluir neste trabalho, através dos resultados numéricos obtidos, que as Transformadas de Wavelet são capazes de detectar e de localizar danos do tipo perda de rigidez do material e na forma de entalhe em sistemas estruturais dos tipos treliça e viga.

Para o SHM da treliça, com diminuição da rigidez do material de uma de suas barras, foi preciso conhecer a resposta estática (deslocamento horizontal) nas condições sã e com dano, sendo que a maioria das wavelets mães disponíveis no Matlab® foram capazes de identificar com precisão a localização da barra danificada. Por isso, assume-se que um maior número de wavelets mães pode ser empregado para a detecção de patologias semelhantes em sistemas estruturais do tipo treliça, além do uso tradicional das transformadas Daubechies e Biorthogonal.

De maneira original, neste trabalho o sinal advindo da TW é fornecido diretamente a três índices de dano (SAHTM, SAPS e DWTAC) após ser interpolado e regularizado. Os ID avaliados mostraram-se úteis na determinação da magnitude do grau de danificação da treliça, sendo que, quanto maior o dano maior seu valor. Quanto menor o dano, ou seja, menor o valor do ID, mais wavelets mães conseguem captar o dano na treliça. Isso pode demonstrar que a TW é eficiente para a captação de pequenas singularidades (originária da danificação da estrutura) nos sinais obtidos da estrutura analisada.

No sistema estrutural do tipo viga, todas as wavelets mãe em estudo foram capazes de identificar, com menor ou maior precisão, as posições dos entalhes utilizando somente o sinal da estrutura na condição danificada. No entanto, as wavelet mães: *Daubechies*, *Biorthogonal* e *Riorthogonal* foram as que melhor conseguiram detectar o mecanismo de dano implementado

em um maior número de vigas. Já as wavelets mãe *Coiflets* e *Symlets* foram as que apresentaram os maiores erros percentuais de localização do dano quando comparadas as demais wavelets mãe. O uso das transformadas *Biorthogonal* e *RBiorthogonal* mostrou-se equivalente na localização dos danos das vigas.

Quando o dano é inserido nas vigas na forma de entalhe as simulações indicaram que não é necessário conhecer o sinal da estrutura na condição sã. Em contrapartida, quando o dano é inserido como perda de rigidez material na treliça foi preciso conhecer o sinal da diferença entre ambas as condições, sã e danificada, para a localização do dano.

A metodologia SHM por TW é uma importante técnica que pode indicar a ocorrência de ruptura em estruturas diversas, dos setores aeroespacial, construção civil, médico e outros, visto a possibilidade do seu monitoramento contínuo e indicação de manutenções preventivas quando necessário (cujo ID deve ser especificado a priori para cada caso), evitando-se assim a ruptura de sistemas estruturais com possíveis perdas humanas, ambientais, materiais e outras.

5. REFERÊNCIAS

ANSYS. **Release 9.0 Documentation**. USA, 2004.

BATHE, K-J. **Finite element procedures**. 2.ed. Watertown, MA: Prentice-Hall, 2014.

CASTILHO, J.E. Wavelets de segunda geração na solução de equações diferenciais parciais: análise da consistência. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 23, 2010, Águas de Lindóia. **Anais do CNMAC**. São Carlos: Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, 2010, p. 1124-1125.

FUGIVARA, S. **Implementação e aprimoramento de um sistema de telemedidas para veículos lançadores de satélite**. 2005. 110 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Itajubá, 2005.

GAMA, A.L. et al. Monitoração de defeitos utilizando sensores e atuadores piezelétricos. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 2, 2000, Natal. **Anais do II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2000, 2010.

KATTAN, P.I.; VOYIADIJIS, G.Z.; KATTAN, P.I. **Damage Mechanics with Finite Elements: Practical Applications with Computer**. 2.ed. Berlin: Springer, 2002.

LEMISTRE, M. et al. Damage localization in composite plates using wavelet transform processing on lamb wave signals. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON STRUCTURAL HEALTH MONITORING, 2, 1999, Stanford. **Conference Paper**. Stanford, California: Stanford University, 1999.

MAIO, C.E.B. **Técnicas para monitoramento de integridade estrutural usando sensores e atuadores piezoelétricos**. 2011. 113p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011. Disponível <<https://teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18149/tde-12052011-213014/en.php>> Acesso em: 15 de maio de 2021.

MICHAELLO, R.S. et al. Perfis perfurados submetidos à flambagem térmica e mecânica.

Perspectivas Online: Exatas & Engenharias, v. 8, n. 20, p. 116-126, 2018. DOI: <https://doi.org/10.25242/885X82020181311>

MORAIS, C. M. **Análise de sinais de ECG usando transformata wavelet com pulso DNax**. 2008. 83 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Nacional de Telecomunicações, Santa Rita do Sapucaí, 2008. Disponível < <http://tede.inatel.br:8080/jspui/handle/tede/138?mode=full>> Acesso em: 15 de maio de 2021.

OLIVEIRA, K.F. **Análise da transformada wavelet direcional adaptativa na codificação de imagens**. 2009. 117 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2009. Disponível < <https://repositorio.unb.br/handle/10482/4125>> Acesso em: 15 de maio de 2021.

PORTIRIO, G.D. Utilização das transformadas wavelets na detecção de características em um sinal de ECG. **Relatório Final de Projeto de Pesquisa**, Centro Universitário da FEI, São Paulo, 2011. 14p. Disponível < <https://silو.tips/download/utiIizaaο-das-transformadas-wavelets-na-detecao-de-caracteristicas-em-um-sinal-d>> Acesso em: 14 de maio de 2021.

PRESEZNIAK, F.A. **Identificação de danos e determinação da vida útil em estruturas usando transformada wavelet e conceitos de mecânica da fratura**. 2007. 149 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

RAMOS, A.P.; LIMA, J.P.S.; REAL, M.V. A probabilistic analysis of the forces in the piles of a container terminal wharf under ship berthing actions. **Perspectivas Online: Exatas & Engenharias**, v. 8, n. 20, p. 78-88, 2018. DOI: <https://doi.org/10.25242/885X82020181308>

SILVA, R.S.Y.C. **Determinação de patologias estruturais usando modelagem numérica e transformadas de wavelet**. 2011. 117 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2011. Disponível < <https://repositorio.unb.br/handle/10482/9496>> Acesso em: 15 de maio de 2021.

SILVA, R.S.Y.C. **Monitoramento e identificação numérica e experimental de danos em vigas e pontes de aço e concreto utilizando transformadas de Wavelet**. 2015. 240 p. Tese (Doutorado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

STARK, H.G. **Wavelets and signal processing an application-based introduction**. New York: Springer, 2005.

TANNUS, D.D.; SOTOMAYOR, O.A.Z. Uso da transformada de wavelets para detecção de danos e monitoramento da integridade de sistemas estruturais. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DE CONTROL AUTOMÁTICO, 16, 2014, Cancún. **Memorias del XVI Congresso Latinoamericano de Control Automático**. Laxenburg, Austria: Federación Internacional de Control Automático, 2014, p. 242-247.

YAN, Y.J.; YAM, L.H. Online detection of crack damage in composite plates using embedded piezoelectric actuators/sensors and Wavelet analysis. **Composite Structures**, v. 58, p. 29-38, 2002. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(02\)00043-0](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(02)00043-0)